Esercizio n° 2 – *Calcolare il numero di Reynold sapendo che $u=2480\ m/h$, $\varrho=900\ g/l$, $\eta=5{,}4\ kg/m \cdot h$ e $d=30\ cm$.*

Per il sistema C.G.S. si ha:

$$u = 2480\ \text{m/h} = \frac{2480}{3600} = 0{,}8\ \text{m/s} = 80\ \text{cm/s}$$

$$\varrho = 900\ \text{g/l} = 0{,}9\ \text{g/cm}^3$$

$$\eta = 5{,}4\ \text{kg/m} \cdot \text{h} = 5400\ \text{g/m} \cdot \text{h} = \frac{5400}{100}\ \text{g/cm} \cdot \text{h} = \frac{5400}{100 \cdot 3600}\ \text{g/cm} \cdot \text{s} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{g/cm} \cdot \text{s}$$

$$d = 30\ \text{cm}$$

$$Re = \frac{80 \cdot 0{,}9 \cdot 30}{1{,}5 \cdot 10^{-2}} = 124000$$

per il sistema M.K.S. si ottiene:

$$u = \frac{2480}{3600} = 0{,}8\ \text{m/s}$$

$$\varrho = 900\ \text{g/l} = 0{,}9\ \text{kg/l} = 900\ \text{kg/m}^3$$

$$\eta = 5{,}4\ \text{kg/m} \cdot \text{h} = \frac{5{,}4}{3600}\ \text{kg/m} \cdot \text{s} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/m} \cdot \text{s}$$

$$d = 30\ \text{cm} = 0{,}3\ \text{m}$$

$$Re = \frac{0{,}8 \cdot 900 \cdot 0{,}3}{1{,}5 \cdot 10^{-3}} = 124000$$

È evidente che se non si volessero trasformare le unità di misura della viscosità, si ovrebbe esprimere u in m/h, ϱ in kg/m³ e d in m.

.8 Sul calcolo delle perdite di carico per i liquidi

Nella pratica impiantistica i problemi che possono presentarsi relativamente alle erdite di carico per i liquidi sono di tre tipi:

1) noti la portata, il diametro, la scabrezza relativa ε/d e la lunghezza della tubaone, le caratteristiche del fluido (densità e viscosità) e la velocità con cui il fluido si muove ella tubazione, *calcolare le perdite di carico*;

2) fissate la portata, le perdite di carico, le caratteristiche del fluido e la lunghezza ella tubazione, *calcolare il diametro*;

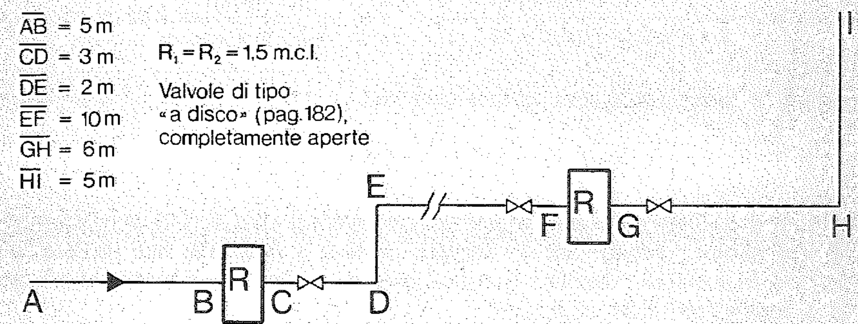
3) note le perdite di carico, il diametro, la lunghezza e la scabrezza relativa della ubazione e le caratteristiche del fluido, *calcolare la portata.*

Schematizziamo in una tabella i dati e le possibili incognite dei tre diversi tipi di proemi ora prospettati.

Casi	*Dati noti*	*Incognite*
1)	$Q, \varrho, \eta, l, \varepsilon/d, \phi$	Σy
2)	$Q, \Sigma y, \eta, \varrho, l$	d
3)	$\Sigma y, d, \varepsilon/d, \eta, \varrho$	Q

●₁ Facciamo subito un esempio di problema del primo tipo.

Esercizio n° 3 – *Calcolare le perdite di carico che si hanno in una tubazione commerciale di acciaio, configurata come nello schema che segue e percorsa da un liquido avente $\varrho=0{,}9\ g/cm^3$, $\eta=1\ cP$ e $Q=57{,}1\ l/s$. Il diametro della tubazione è di 20 cm.*



Calcolo di Re

Poiché non è nota la velocità u, si calcola dall'equazione della continuità:

$$Q = u \cdot A$$

donde:

$$u = \frac{Q}{A} = \frac{57100}{314} = 150\ \text{cm/s}$$

Pertanto:

$$Re = \frac{\varrho \cdot u \cdot d}{\eta} = \frac{0{,}9 \cdot 150 \cdot 20}{1 \cdot 10^{-2}} = 270000$$

Determinazione di f

Dal grafico di Fig. 14/7 (pag. 181) si ricava:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 2{,}2 \cdot 10^{-4}$$

e da questo valore, mediante il grafico di Fig. 13/7 (pag. 180), si ottiene:

$$f = 0{,}017$$

Lunghezza equivalente della tubazione

La lunghezza equivalente della tubazione (l) è pari alla somma fra la lunghezza geometrica, la lunghezza equivalente di tre gomiti e la lunghezza equivalente di tre valvole.
Dal grafico di Fig. 15/7 (pag. 182) si ricava che la lunghezza di un gomito è di 5 m e che la lunghezza equivalente di una valvola è di 82 m.

Pertanto:

$$l = (\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{GH} + \overline{HI}) + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 82 = 298 \text{ m}$$

Calcolo delle perdite di carico

Si ha:

$$\Sigma y = \frac{f \cdot l \cdot u^2}{2 \cdot g \cdot d} \left[\frac{0 \cdot \text{m} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3}{\text{m}/\text{s}^2 \cdot \text{m}} \right] = \frac{0{,}017 \cdot 298 \cdot 1{,}5^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}2} = 2{,}92 \text{ m.c.l.}$$

e le perdite di carico totali sono quindi date da:

$$\Sigma y + R = 2{,}92 + 2 \cdot 1{,}5 = 5{,}92 \text{ m.c.l.}$$

Si noti che il valore di una resistenza presente nel circuito (R) può essere espressa in m.c.l. (ed allora si somma alle Σy trovate, come si è fatto alla fine dell'esercizio ora concluso) od in metri di tubazione (nel qual caso se ne deve tener conto nel calcolo della lunghezza equivalente della tubazione).

2 I problemi del secondo tipo possono essere risolti o *per tentativi* o *per via analitica.*

Risoluzione per tentativi

Si sceglie, allo scopo, un valore di velocità tra quelli consigliati per il fluido in studio e con essa si calcola d, Re, ε/d, f e quindi Σy. Se il valore delle perdite così calcolato non coincide con il valore di Σy fissato, si deve ripetere il calcolo scegliendo un altro valore di velocità minore del valore precedentemente scelto se $\Sigma y_{\text{calcolato}} > \Sigma y_{\text{assegnato}}$ e viceversa. Il procedimento va ripetuto fino a quando $\Sigma y_{\text{calcolato}}$ è uguale o poco minore di $\Sigma y_{\text{assegnato}}$.

Risoluzione per via analitica (1)

Dall'equazione:

$$Q = u \cdot A = u \frac{\pi \cdot d^2}{4} \qquad (2_8)$$

(1) La risoluzione per via analitica si applica solo su tubazioni diritte, cioè senza gomiti, valvole, ecc.

si ricava:

$$u = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \qquad (3_8)$$

Sostituendo la (3_8) nell'espressione del numero di Reynold (1_8), si ha:

$$Re = \frac{4 \cdot Q \cdot \varrho}{\pi \cdot \eta \cdot d} \qquad (4_8)$$

da cui:

$$d = \frac{4 \cdot Q \cdot \varrho}{\pi \cdot \eta \cdot Re} \qquad (5_8)$$

Poiché, tranne Re tutte le altre grandezze sono note, si può scrivere:

$$d = \frac{a}{Re} \qquad (6_8)$$

avendo posto $a = \dfrac{4 \cdot Q \cdot \varrho}{\pi \cdot \eta}$.

Dall'equazione:

$$\Sigma y = \frac{f \cdot l \cdot u^2}{2 \cdot g \cdot d}$$

sostituendo ad u la sua espressione (3_8) e poi esplicitando la d, si ottiene:

$$d = \sqrt[5]{\frac{16 \cdot Q^2 \cdot f \cdot l}{2 \cdot g \cdot \pi^2 \cdot \Sigma y}} \qquad (7_8)$$

e ponendo nella (7_8):

$$b = \frac{16 \cdot Q^2 \cdot l}{2 \cdot g \cdot \pi^2 \cdot \Sigma y}$$

si ha:

$$d = \sqrt[5]{b \cdot f} \qquad (8_8)$$

Facendo sistema della (6_8) e della (8_8) si ottiene:

$$\begin{cases} d = \dfrac{a}{Re} \\ d = \sqrt[5]{b \cdot f} \end{cases}$$

donde si ricava:

$$\frac{a}{\sqrt[5]{b}} = Re \sqrt[5]{f} \qquad (9_8)$$

Poiché $a/\sqrt[5]{b}$ è grandezza facilmente calcolabile, perché tutte le grandezze che compongono le costanti a e b sono note, risulta, di conseguenza, calcolabile anche $Re\sqrt[5]{f}$.

Noto il prodotto $Re\sqrt[5]{f}$ e sapendo che:

$$f = \frac{64}{Re} \qquad \text{(moto laminare)}$$

$$f = 0,056 + 0,5 \cdot Re^{-0,32} \qquad \text{(tubi lisci)}$$

$$f = 0,014 + 1,056 \cdot Re^{-0,42} \qquad \text{(tubi commerciali di acciaio)}$$

possono calcolare sia f che Re. Trovato Re, con la (4_8) si calcola il diametro.

isoluzione per via grafica

Un metodo più rapido per determinare d, è quello di procedere per via grafica, diponendo di un diagramma che riporti sugli assi $Re\sqrt[5]{f}$ ed Re rispettivamente.

La Tab. 1-8 di pag. 207 riporta alcuni valori di $Re\sqrt[5]{f}$ calcolati per diversi valori ε/d e relativi a determinati valori del numero di Reynold; il calcolo di $\sqrt[5]{f}$ per valori el numero di Reynold diversi da quelli tabulati, può essere fatto per interpolazione.

Questo metodo risolutivo, comportando una prima parte analitica ed una seconda arte grafica, si denomina anche *metodo per via analitico-grafica.*

Esercizio n° 4 – *Calcolare il diametro della tubazione (del tipo commerciale in acciaio) da usare per collegare un serbatoio ad un reattore, sapendo che $Q=60$ l/s, $\Sigma y=3$ m.c.l. e e la lunghezza geometrica della tubazione è di 80 m. Si sa inoltre che su questa sono inrite due valvole a saracinesca completamente aperte e che in essa vi sono due gomiti a ° a largo raggio. Sono noti $\eta=1,5$ cP e $\varrho=0,8$ g/cm³.*

Adottiamo la risoluzione per tentativi.

rimo tentativo

Dalla Tab. 2-7 di pag. 200, tra le velocità consigliate si scelga $u=1$ m/s.

Il diametro si calcola con la (3_8):

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot u}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6 \cdot 10^4}{3,14 \cdot 10^2}} = 27,6 \text{ cm/s}$$

Il numero di Reynold si determina tramite la (1_8):

$$Re = \frac{\varrho \cdot u \cdot d}{\eta} = \frac{0,8 \cdot 100 \cdot 27,6}{1,5 \cdot 10^{-2}} = 147000$$

Dai grafici di pagg. 181 e 180 si ricava poi:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ ed } f = 0,017$$

Tab. 1-8 – *Valori di $Re \cdot \sqrt[5]{f}$ in funzione di ε/d e per determinati valori di Re*

ε/d	Re=3000			Re=5000			Re=10000			Re=20000			Re=100000			Re=1000000		
	f	$\sqrt[5]{f}$	$Re\cdot\sqrt[5]{f}$	f	$\sqrt[5]{f}$	$Re\cdot\sqrt[5]{f}$	f	$\sqrt[5]{f}$	$Re\cdot\sqrt[5]{f}$	f	$\sqrt[5]{f}$	$Re\cdot\sqrt[5]{f}$	f	$\sqrt[5]{f}$	$Re\cdot\sqrt[5]{f}$	f	$\sqrt[5]{f}$	$Re\cdot\sqrt[5]{f}$
0,0001																0,0132	0,420	420000
0,0002																0,0140	0,426	426000
0,0004													0,0189	0,452	45200	0,0160	0,437	437000
0,0006													0,0200	0,457	45700	0,0172	0,444	444000
0,0008													0,0204	0,459	45900	0,0180	0,448	448000
0,001							0,0284	0,490	4900	0,0272	0,485	9700	0,0216	0,464	46400	0,0188	0,452	452000
0,002	0,044	0,535	1605	0,0376	0,516	2580	0,0328	0,505	5050	0,0296	0,495	9900	0,0240	0,474	47400	0,0232	0,472	472000
0,004	0,045	0,536	1608	0,0408	0,527	2635	0,0360	0,514	5140	0,0320	0,503	10060	0,0288	0,492	49200	0,0280	0,490	490000
0,006	0,047	0,542	1626	0,0424	0,530	2650	0,0376	0,519	5190	0,0364	0,515	10300	0,0320	0,502	50200	0,0312	0,500	500000
0,008	0,049	0,547	1641	0,0440	0,535	2675	0,0400	0,525	5250	0,0376	0,519	10380	0,0352	0,512	51200	0,0336	0,507	507000
0,01	0,050	0,550	1650	0,0456	0,539	2695	0,0424	0,531	5310	0,0392	0,524	10480	0,0376	0,519	51900	0,0368	0,515	515000
0,015	0,054	0,560	1680	0,0496	0,546	2730	0,0464	0,540	5400	0,0440	0,528	10560	0,0432	0,534	53400	0,0432	0,534	534000
0,02	0,057	0,564	1692	0,0536	0,557	2785	0,0504	0,550	5500	0,0488	0,546	10920	0,0480	0,545	54500	0,0480	0,545	545000
0,03	0,064	0,575	1725	0,0600	0,569	2847	0,0576	0,565	5650	0,0568	0,564	11280	0,0560	0,560	56000	0,0560	0,560	560000
0,04	0,070	0,588	1764	0,0672	0,583	2915	0,0640	0,576	5760	0,0640	0,576	11520	0,0620	0,573	57300	0,0620	0,573	573000
0,05	0,077	0,598	1794	0,0736	0,594	2970	0,0720	0,590	5900	0,0704	0,588	11760	0,0688	0,582	58200	0,0688	0,582	582000
	$(\sqrt[5]{f})_m = 0,560$			$(\sqrt[5]{f})_m = 0,549$			$(\sqrt[5]{f})_m = 0,535$			$(\sqrt[5]{f})_m = 0,531$			$(\sqrt[5]{f})_m = 0,509$			$(\sqrt[5]{f})_m = 0,494$		

dal nomogramma di pag. 182 si ricava che una valvola corrisponde a 2,3 m ed un go-
ito a 7 m; per cui:

$$l_{tot} = 80 + 4,6 + 14 = 98,6 \text{ m}$$

$$\Sigma y_1 = \frac{f \cdot l \cdot u^2}{2 \cdot g \cdot d} = \frac{0,017 \cdot 98,6 \cdot 1}{19,6 \cdot 0,276} = 0,31 \text{ m.c.l.}$$

Poiché $\Sigma y_1 < \Sigma y$ assegnato dal testo del problema, si deduce che la velocità scelta
=1 m/s) è troppo bassa.

condo tentativo

Sia $u=2$ m/s la velocità scelta in questo caso e si proceda poi, brevemente, come
pra: si avrà che il diametro misura $d=19,55$ cm e per il numero di Reynold si troverà
valore $Re=208500$.

Dai grafici di pagg. 181 e 180 si ricava poi:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 6,8 \cdot 10^{-4} \quad \text{ed} \quad f = 0,0195$$

dal nomogramma di pag. 182 si ricava che una valvola corrisponde a 1,6 m e un go-
to a 4,8 m; per cui:

$$l_{tot} = 80 + 3,2 + 9,6 = 92,8 \text{ m}$$

$$\Sigma y_2 = \frac{0,0195 \cdot 92,8 \cdot 4}{19,6 \cdot 0,1955} = 1,895 \text{ m.c.l.}$$

Anche $\Sigma y_2 < \Sigma y$ assegnato, per cui $u_2=2$ m/s è ancora bassa.

rzo tentativo

Sia $u_3=3$ m/s la velocità scelta in questo caso e si proceda poi, brevemente, come
due casi precedenti: si avrà che il diametro misura $d=15,8$ cm e che il numero di Rey-
ld sarà $Re=254000$.

Dai grafici di pagg. 181 e 180 si ricava poi:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 2,3 \cdot 10^{-4} \quad \text{ed} \quad f = 0,0174$$

al nomogramma di pag. 182 si ricava che una valvola corrisponde a 1,3 m e un go-
o a 4 m; per cui:

$$l_{tot} = 80 + 2,6 + 8 = 90,6 \text{ m}$$

$$\Sigma y_3 = \frac{0,0174 \cdot 90,6 \cdot 9}{19,6 \cdot 0,158} = 4,58 \text{ m.c.l.}$$

Poiché $\Sigma y_3 > \Sigma y$ assegnato, si conclude che $u_3=3$ m/s è troppo alta.

Quarto tentativo

Sia $u_4=2,5$ m/s la velocità scelta in questo caso e si proceda poi, brevemente, come al primo tentativo: si avrà che il diametro misura $d=17,5$ cm e che il numero di Reynold sarà $Re=233000$.

Dai grafici di pagg. 181 e 180 si ricava poi:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 2,5 \cdot 10^{-4} \quad \text{ed} \quad f = 0,0172$$

e dal nomogramma di pag. 182 si ricava che una valvola corrisponde a 1,4 m e un gomito a 4,5 m; per cui:

$$l_{tot} = 80 + 2,8 + 9 = 91,8 \text{ m}$$

$$\Sigma y_4 = \frac{0,0172 \cdot 91,8 \cdot 6,25}{19,6 \cdot 0,175} = 2,88 \text{ m.c.l.}$$

In questo caso, Σy_4 è abbastanza vicino al valore $\Sigma y=3$ m.c.l. assegnato. Per avvicinarsi ulteriormente si fa un altro tentativo.

Quinto tentativo

Sia $u_5=2,6$ m/s la velocità scelta in questo caso. Procedendo poi, brevemente, come al primo tentativo, si ha: $d=17,15$ cm e $Re=238000$.

Dai grafici di pagg. 181 e 180 si ricava poi:

$$\frac{\varepsilon}{d} \simeq 2,5 \cdot 10^{-4} \quad \text{ed} \quad f \simeq 0,0172$$

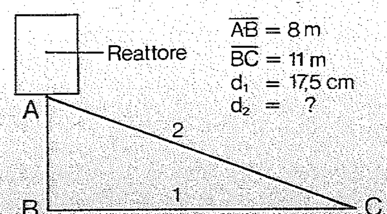
e dal nomogramma di pag. 182 si ricava che una valvola corrisponde a $\simeq 1,4$ m e un gomito a $\simeq 4,5$ m; per cui:

$$l_{tot} = 80 + 2,8 + 9 = 91,8 \text{ m}$$

$$\Sigma y_5 = \frac{0,0172 \cdot 91,8 \cdot 6,76}{19,6 \cdot 0,1715} = 3,16 \text{ m.c.l.}$$

Si può concludere che il diametro del tubo dev'essere compreso tra 17,15 e 17,5 cm.

Esercizio n° 5 – *La tubazione di alimentazione di un reattore viene temporaneamente sostituita con un collegamento provvisorio come da schema. Sapendo che la portata deve restare rigorosamente costante (6000 l/min) e che il diametro della tubazione fissa è di 175 mm, calcolare il diametro della tubazione provvisoria in modo che le perdite di carico siano le stesse. Entrambe le tubazioni sono del tipo commerciale in acciaio. Sono noti $\varrho=0,8$ g/cm³ e $\eta=1$ cP.*



Dalla (5_8) si ricava quindi:

$$d = \frac{4 \cdot Q \cdot \varrho}{\pi \cdot \eta \cdot Re} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0{,}8}{3{,}14 \cdot 10^{-2} \cdot 632000} = 16{,}2 \text{ cm}$$

Il valore del diametro della tubazione coincide con quello calcolato attraverso il etodo dei tentativi.

I problemi del terzo tipo vengono risolti *per tentativi ad approssimazione progressiva.* seguente esercizio dimostra come si procede.

Esercizio n° 6 – *Calcolare la portata di cui è capace una tubazione di tipo commer-le in acciaio, conoscendo la lunghezza del tubo (30 m), il diametro del tubo (20 cm), la sità del liquido (1,2 g/cm³), la viscosità del liquido (1,3 cP) e le perdite di carico della li-(3 m.c.l.).*

Dalla formula:

$$\Sigma y = \frac{f \cdot l \cdot u^2}{2 \cdot g \cdot d}$$

ricava:

$$u^2 = \frac{\Sigma y \cdot 2 \cdot g \cdot d}{f \cdot l} \qquad (10_8)$$

Per calcolare u è necessario solo fissare un valore di f, poiché tutte le altre grandezze o note. Allo scopo, dal grafico di pag. 181 si ricava il valore di ε/d della tubazione, il quale si entra nel grafico f-Re di pag. 180 dove, in base al valore di ε/d prima rica-, si scelgono i valori f_{min} ed f_{max} corrispondenti ad Re molto grande e molto piccolo. tali valori si fa la media aritmetica, che si assume come valore da sfruttare per calco-u. Nel caso in esame si trova prima:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 2{,}2 \cdot 10^{-4}$$

oi:

$$f_{min} \simeq 0{,}014 \quad \text{e} \quad f_{max} \simeq 0{,}024$$

Si calcola perciò $f_{1(assunto)} = 0{,}019$. Pertanto, applicando la (10_8) si ha:

$$u_1^2 = \frac{3 \cdot 19{,}6 \cdot 0{,}2}{0{,}019 \cdot 30} = 20{,}7 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

de:

$$u_1 = 4{,}55 \text{ m/s}$$

Usando questa velocità, con la (1_8) si trova:

$$Re = \frac{1{,}2 \cdot 455 \cdot 20}{\ldots} = 840000$$

Con questo Re, sempre con:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 2{,}2 \cdot 10^{-4}$$

dal grafico di pag. 180 si ricava $f_2 = 0{,}015$. Pertanto:

$$u_2^2 = \frac{3 \cdot 19{,}6 \cdot 0{,}2}{0{,}015 \cdot 30} = 26{,}2 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

donde:

$$u_2 = 5{,}11 \text{ m/s}$$

Con questa velocità, applicando la (1_8) si trova:

$$Re_2 = \frac{1{,}2 \cdot 511 \cdot 20}{1{,}3 \cdot 10^{-2}} = 945000$$

Con questo Re si trova $f_3 \simeq 0{,}015$. Siccome $f_2 \simeq f_3$, la velocità del fluido nella tubazione dev'essere di 5,11 m/s (4).

Pertanto la portata sarà di:

$$511 \text{ cm/s} \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 \text{ cm}^2 = 1{,}6 \cdot 10^5 \text{ cm}^3/\text{s} \quad (\textit{risposta})$$

Esercizio n° 7 – *Del petrolio avente densità 0,88 g/cm³ e viscosità $\eta = 72{,}2$ kg/m · h scorre in un tubo dal diametro nominale di 150 mm e avente diametro interno di 155 mm, alla velocità di 1,2 m/s. Sapendo che il rendimento della tubazione, inteso come rapporto tra la portata erogata e quella che la tubazione erogherebbe se fosse perfettamente liscia, è del 60%, calcolare il valore del numero di Reynold e la potenza necessaria per eseguire il trasporto a 10 km di distanza.*

Calcolo del numero di Reynold

$$\varrho = 0{,}88 \text{ g/cm}^3 = 880 \text{ kg/m}^3$$

$$u = 1{,}2 \cdot 3600 \text{ m/h}$$

$$d = 1{,}55 \cdot 10^{-1} \text{ m}$$

$$\eta = 72{,}2 \text{ kg/m} \cdot \text{h}$$

$$Re = \frac{\varrho \cdot u \cdot d}{\eta} = \frac{880 \cdot 1{,}2 \cdot 3600 \cdot 1{,}55 \cdot 10^{-1}}{72{,}2} = 8180$$

Calcolo della potenza necessaria al trasporto

Dalla Fig. 14/7 si ricava:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0{,}00025$$

(4) ... perché il grafico di pag. 180 non consente un

Indicando con 1 la tubazione fissa e con 2 quella provvisoria, si calcola anzitutto Σy_1 della tubazione fissa.

$$u_1 = \frac{Q}{A} = \frac{6000 \cdot 10^3}{60 \cdot 240} = 416 \text{ cm/s}$$

$$Re_1 = \frac{0{,}8 \cdot 416 \cdot 17{,}5}{10^{-2}} = 583000$$

Dai grafici di pagg. 181 e 180 si ricava:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \quad \text{ed} \quad f = 0{,}015$$

Si ha poi:

$$l_1 = 11 + 8 + 3{,}2\,(^2) = 22{,}2 \text{ m}$$

$$\Sigma y_1 = \frac{0{,}015 \cdot 22{,}2 \cdot 4{,}16^2}{19{,}6 \cdot 0{,}175} \simeq 1{,}68 \text{ m.c.l.}$$

Si calcola poi geometricamente la lunghezza della tubazione provvisoria, avendosi dentemente:

$$l_2 = \overline{AB} = \sqrt{121 + 64} = 13{,}6 \text{ m}$$

Per aversi le stesse perdite di carico, la velocità u_2 nella tubazione provvisoria dovrà re maggiore che in quella fissa, sia perché la tubazione provvisoria è più corta, sia ché non presenta gomiti. Assumiamo dunque, in un primo tentativo, $u_2 = 4{,}5$ m/s e procediamo analogamente a come si è fatto nell'esercizio n° 4. Si ottiene così che 16,8 cm e $\Sigma y_2 = 1{,}27$ m.c.l. Il valore 1,27 è troppo basso ($< 1{,}68$ m.c.l.). Assumiamo ciò la velocità $u_2 = 4{,}7$ m/s, cui corrispondono $d_2 = 16{,}5$ cm e $\Sigma y_2 = 1{,}44$ m.c.l. Anche sto valore di Σy_2 è basso. Assumiamo allora $u_2 = 4{,}9$ m/s, cui corrispondono $d_2 = 16{,}2$ e $\Sigma y_2 = 1{,}6$ m.c.l. Poiché in questo caso $\Sigma y_2 \simeq \Sigma y_1$, si conclude che il diametro della zione provvisoria deve essere di 16,2 cm (3).

* * *

Poiché la tubazione provvisoria è diritta, questo problema può essere risolto per analitico-grafica, utilizzando le equazioni (5_8), (7_8) e (9_8). I dati di cui si dispone sono:

$$l_2 = 13{,}6 \text{ m} \qquad \Sigma y_1 = 1{,}688 \text{ m.c.l.}$$

$$Q = \frac{6000}{60} = 100 \text{ l/sec} = 10^5 \text{ cm}^3\text{/s}$$

(2) L'addendo 3,2 è relativo al gomito che la tubazione presenta.
(3) In generale, basta la coincidenza alla prima cifra decimale di Σy_2 con Σy_1.

Per la (5_8), esprimendo Q in cm³/s, ϱ in g/cm³ ed η in cP$=10^{-2}$ g · cm^{-1} · s^{-1}, si ha:

$$d = \frac{4 \cdot Q \cdot \varrho}{\pi \cdot \eta \cdot Re} = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0{,}8}{3{,}14 \cdot 10^{-2} \cdot Re} = \frac{1{,}035 \cdot 10^7}{Re} \text{ cm}$$

Per la (7_8), esprimendo Q in cm³/s, l in cm, g in cm/s² e Σy in cm.c.l., si ha:

$$d = \sqrt[5]{\frac{f \cdot 16 \cdot Q^2 \cdot l}{2 \cdot \pi^2 \cdot g \cdot \Sigma y}} = \sqrt[5]{\frac{f \cdot 16 \cdot 10^{10} \cdot 1360}{2 \cdot 9{,}86 \cdot 980 \cdot 168{,}8}} = 36{,}75 \sqrt[5]{f} \text{ cm}$$

I valori di a e di b si calcolano mediante le loro espressioni date a pag. 205, ottenendosi: $a = 1{,}035 \cdot 10^7$ cm e $b = 6{,}7 \cdot 10^7$ cm⁵. Pertanto, avendosi $\sqrt[5]{b} = 36{,}75$ cm, per la (9_8) risulta:

$$Re \sqrt[5]{f} = \frac{a}{\sqrt[5]{b}} = 2{,}76 \cdot 10^5 \quad (\textit{adimensionale})$$

Poiché questo valore di $Re \sqrt[5]{f}$ non compare nella Tab. 1-8, si deve procedere per interpolazione. Allo scopo, si prendono in corrispondenza a due diversi valori di Reynold, ma con riferimento allo stesso valore di ε/d, due valori di $Re \sqrt[5]{f}$ di cui uno maggiore e l'altro minore del valore trovato, in modo che la loro differenza risulti la minore possibile. Si fa poi la loro differenza tabulare e si fa, inoltre, la differenza tra i due numeri di Reynold presi. Si imposta quindi la proporzione:

$$\textit{differenza tabulare} : \textit{differenza } Re = (Re \sqrt[5]{f_{\text{trovato}}} - Re \sqrt[5]{f_{\text{minore}}}) : x$$

Infine, alla x trovata si somma il minore dei due numeri di Reynold considerati e si ottiene così il valore del numero di Reynold cercato. Nel caso in esame, il procedimento pratico è il seguente. Avendosi:

$$\left.\begin{aligned} Re \sqrt[5]{f} &= 437000 \quad \text{per} \quad Re = 10^6 \\ Re \sqrt[5]{f} &= 45000 \quad \text{per} \quad Re = 10^5 \end{aligned}\right\} \text{ entrambi valutati per } \frac{\varepsilon}{d} = 0{,}0004$$

$$\textit{differenza tabulare} = 437000 - 45000 = 392000$$

$$\textit{differenza } Re = 1000000 - 100000 = 900000$$

si imposta:

$$392000 : 900000 = (276000 - 45000) : x$$

donde:

$$x = 532000$$

Pertanto, il numero di Reynold cercato è:

$$532000 + 100000 = 632000$$

Dal diagramma di Fig. 13/7, per $Re=8180$ e $\varepsilon/d=0{,}00025$, si ricava:

$$f = 0{,}032$$

Pertanto, tenuto conto che $l=10^4$ m, le perdite di carico sono:

$$\Sigma y = \frac{f \cdot l \cdot u^2}{2 \cdot g \cdot d} = \frac{0{,}032 \cdot 10^4 \cdot 1{,}2^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}155} = 151{,}5 \text{ m.c.l.}$$

Se la tubazione avesse rendimento unitario, la potenza necessaria per il trasporto bbe:

$$N = Q_p \cdot \Sigma y$$

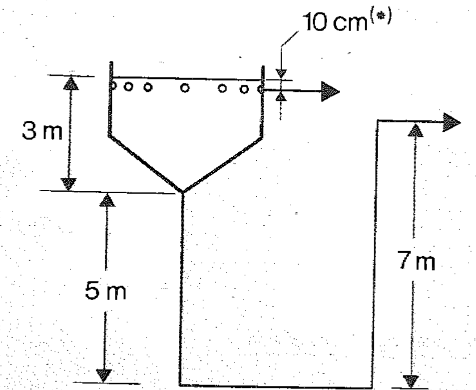
Q_p è la portata ponderale $[Q_p=(\pi \cdot d^2 \cdot u \cdot \gamma)/4]$ e Σy sono le perdite di carico.

Poiché la tubazione ha rendimento del 60%, si deduce:

$$N = \frac{Q_p \cdot \Sigma y}{0{,}6} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}155^2 \cdot 1{,}2 \cdot 880 \cdot 151{,}5}{4 \cdot 0{,}6} =$$

$$= 5070 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = \frac{5070}{75} = 67{,}6 \text{ CV}$$

Esercizio n° 8 – *In un decantatore, come da schema, entrano 30 l/s di sospensione ac- a al 30% (in peso) di solido ($\varrho=1{,}25$ g/cm³). Sapendo che il decantatore ha il diame- i 6 m, che l'altezza del liquido in esso contenuto è costante e vale 3 m, che la sospen- che si scarica dal fondo è al 50% (in peso) di solido mentre lateralmente si scarica ac- calcolare la quantità di torbida scaricata dal fondo e la quantità d'acqua scaricata late- ente in un secondo. Calcolare inoltre il diametro del tubo di fondo e dei tubi laterali (che 12), nell'ipotesi che le perdite di carico siano nulle.*



(*) Battente idrostatico tra il pelo libero del liquido e i tubi di scarico dell'acqua.

Dai dati del problema si calcola:

$$\frac{37{,}5 \cdot 30}{100} = 11{,}25 \text{ kg/s di solido in alimentazione}$$

$$\frac{11{,}25 \cdot 100}{50} = 22{,}5 \text{ kg/s di torbida scaricata dal fondo}$$

$$37{,}5 - 22{,}5 = 15 \text{ kg/s di acqua scaricata lateralmente}$$

Applicando l'equazione di Torricelli si calcolano, rispettivamente, le velocità di scarico della torbida e dell'acqua:

$$u_{\text{torbida}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot (8 - 7)} = 4{,}4 \text{ m/s}$$

$$u_{\text{acqua}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1} = 1{,}41 \text{ m/s}$$

Portata d'acqua in un tubo:

$$Q = \frac{15}{12} = 1{,}25 \text{ l/s}$$

Sezione di un tubo per lo scarico dell'acqua:

$$A = \frac{Q}{u} = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-3}}{1{,}41} = 8{,}85 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 8{,}85 \text{ cm}^2$$

Diametro di un tubo per lo scarico dell'acqua:

$$d = \sqrt{\frac{8{,}85 \cdot 4}{3{,}14}} = 3{,}15 \text{ cm}$$

Poiché l'alimentazione è di 30 l/s e l'acqua che si scarica lateralmente è di 15 l/s, si conclude che il volume di torbida che si scarica dal fondo deve essere di 15 l/s.

La sezione del tubo di fondo deve essere dunque:

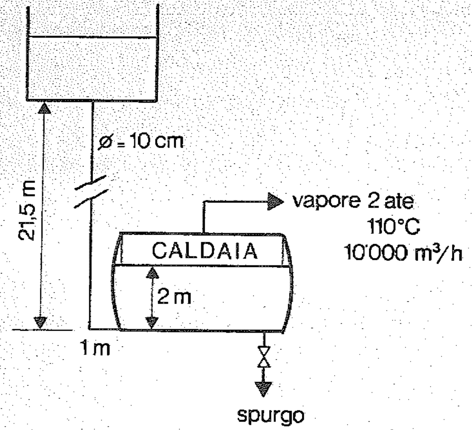
$$A = \frac{Q}{u} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{4{,}4} = 3{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 34 \text{ cm}^2$$

ed il suo diametro deve risultare di:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 34}{3{,}14}} = 6{,}57 \text{ cm}$$

Esercizio n° 9 – *L'acqua, prima di essere inviata in una caldaia, viene addizionata di polifosfato sodico. Sapendo che la pressione in caldaia è di 2 ate, calcolare l'altezza che deve avere il liquido nella vaschetta, entro la quale si addiziona il polifosfato, affinché esso attraverso il tubo di alimentazione entri in caldaia in quantità tale da produrre 10000 m³/h di va-*

a 110 °C. Si consideri unitaria la densità della soluzione in entrata in caldaia ed, inol-
si tratti il vapore come se fosse un gas perfetto.



L'acqua che deve entrare in caldaia deve essere pari al vapore che lascia la caldaia.
nto:

$$n = \frac{P \cdot V}{R \cdot T} = \frac{3 \cdot 10^7}{0{,}082 \cdot 383} = 9{,}56 \cdot 10^5 \text{ moli/h di acqua in entrata in caldaia}$$

$$9{,}56 \cdot 10^5 \cdot 18 = 1{,}72 \cdot 10^7 \text{ g/h di acqua} = 1{,}72 \cdot 10^4 \text{ kg/h} = 17200 \text{ l/h}$$

$$\frac{17 \cdot 200}{3600} = 4{,}78 \text{ l/s di acqua in entrata in caldaia}$$

La velocità del liquido in alimentazione sarà:

$$u = \frac{Q}{A} = \frac{4780 \cdot 4}{3{,}14 \cdot 10^2} = 60{,}9 \text{ cm/s} \simeq 0{,}61 \text{ m/s}$$

umero di Reynold avrà valore:

$$Re = \frac{\varrho \cdot u \cdot d}{\eta} = \frac{1 \cdot 61 \cdot 10}{1 \cdot 10^{-2}} = 61000$$

Dai grafici delle Figg. 14/7 e 13/7 si ricava:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0{,}00048 \qquad f = 0{,}0215$$

Pertanto la lunghezza equivalente del tubo di alimentazione sarà:

$$21{,}5 + \text{gomito} + 1 = 21{,}5 + 3{,}3 + 1 = 25{,}8 \text{ m}$$

$$\Sigma y = \frac{f \cdot l \cdot u^2}{2 \cdot g \cdot d} = \frac{0{,}0215 \cdot 25{,}8 \cdot 0{,}61^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1} = 0{,}1053 \text{ m.c.a.}$$

Applicando il teorema di Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\gamma} + h_1 + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} + \Sigma y$$

e trascurando i termini di velocità, si ha:

$$h_1 = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} + h_2 + \Sigma y$$

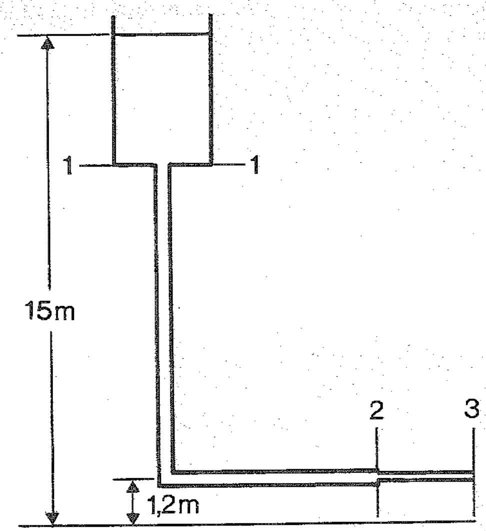
da cui, trattandosi di acqua:

$$h_1 = 20 + 2 + 0{,}105 = 22{,}1 \text{ m.c.a.}$$

L'altezza del liquido nella vaschetta deve essere pertanto:

$$22{,}1 - 21{,}5 = 0{,}6 \text{ m}$$

Esercizio n° 10 – *In un serbatoio, come da schema, l'acqua è mantenuta a livello costante. La sezione della tubazione al punto 2 è 450 cm² e il diametro del tubo nel tratto 2-3 è metà di quello del tratto precedente. Sapendo che il tratto 2-3 di tubo è lungo 3 m e che la lunghezza geometrica complessiva della tubazione è di 18 m, calcolare la portata di liquido che ogni secondo esce dal serbatoio.*



Se il diametro della tubazione nel tratto 1-2 è di:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 450}{3{,}14}} = 24 \text{ cm}$$

il diametro della tubazione nel tratto 2-3 sarà di 12 cm.

La lunghezza geometrica del tratto 1-2 è:

$$18 - 3 = 15 \text{ m}$$

Dalla Fig. 15/7 si ricava che 1 gomito a 90° (d=24 cm) equivale a 9 m di tubazione. nto la lunghezza equivalente del tratto 1-2 è:

$$15 + 9 = 24 \text{ m}$$

La lunghezza equivalente del tratto 2-3 è data dalla somma della sua lunghezza geo-ca più la lunghezza equivalente del restringimento che, dalla Fig. 15/7, si deduce alere a 3,2 m di tubazione (d=12 cm). Pertanto la lunghezza equivalente del tratto arà:

$$3 + 3{,}2 = 6{,}2 \text{ m}$$

Per calcolare la portata è necessario conoscere la velocità di efflusso del liquido. Il ema va risolto per tentativi, attribuendo, di volta in volta, valori arbitrari alla velo-lell'acqua in uscita e verificando poi che le pressioni nel punto 2, calcolate con la zione di Bernoulli relativamente al tratto 3-2 e al tratto 1-2, coincidano.

Per avere un'idea dell'ordine di grandezza della velocità da utilizzare, rifacciamoci entivamente all'equazione di Torricelli:

$$u_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot (15 - 1{,}2)} = 16{,}45 \text{ m/s}$$

Poiché nell'equazione di Torricelli non compaiono le perdite di carico che il liquido ntra scorrendo nella tubazione, la velocità da inserire nel primo tentativo è ovvia-e minore di 16,45 m/s.

o tentativo

Poniamo:

$$u_3 = 14 \text{ m/s}$$

Poiché:

$$d_3 = \frac{1}{2} \cdot d_2$$

che:

$$u_3 = 4 \cdot u_2$$

ro:

$$u_2 = \frac{14}{4} = 3{,}5 \text{ m/s}$$

Con questi valori di velocità si calcolano gli *Re* relativi ai due tratti di tubazione:

$$Re_{2-3} = \frac{\varrho \cdot u_3 \cdot d_3}{\eta} = \frac{1 \cdot 1400 \cdot 12}{1 \cdot 10^{-2}} = $$

$$= 1680000$$

$$Re_{1-2} = \frac{1 \cdot 350 \cdot 24}{1 \cdot 10^{-2}} = 840000$$

Dal valore di *Re* trovato, al solito modo si ricavano:

$$\frac{\varepsilon}{d_3} = 0{,}0012 \qquad f_{2-3} = 0{,}02$$

Perciò:

$$\Sigma y_{2-3} = \frac{f \cdot l \cdot u_3^2}{2 \cdot g \cdot d_3} = \frac{0{,}02 \cdot 6{,}2 \cdot 14^2}{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}12} =$$

$$= 10{,}35 \text{ m.c.a.}$$

Applicando il teorema di Bernoulli al tratto 2-3, tenuto conto che si tratta di tubazione orizzontale, si ha:

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{u_3^2}{2 \cdot g} + \Sigma y_{2-3}$$

ovvero:

$$\frac{P_2}{\gamma} = 10 + 10 + 10{,}35 - 0{,}625 \simeq$$

$$\simeq 29{,}7 \text{ m.c.a.}$$

Dal valore di *Re* trovato, al solito modo si ricavano:

$$\frac{\varepsilon}{d_2} = 0{,}00045 \qquad f_{1-2} = 0{,}017$$

Perciò:

$$\Sigma y_{1-2} = \frac{0{,}017 \cdot 24 \cdot 3{,}5^2}{19{,}6 \cdot 0{,}24} = 1{,}06 \text{ m.c.a.}$$

Poiché il valore di P_2/γ per il tratto 2-3 è maggiore del carico idraulico del liquido nel serbatoio (risultato assurdo), è inutile procedere alla verifica.

Secondo tentativo

Poniamo u_3=12 m/s, sarà u_2=3 m/s. Con questi valori di velocità si calcolano i *Re* relativi ai due tratti di tubazione:

$$Re_{2-3} = 1440000$$

Dal valore di *Re* trovato, al solito modo si ricavano:

$$\frac{\varepsilon}{d_3} = 0{,}0012 \qquad f_{2-3} = 0{,}02$$

Perciò:

$$\Sigma y_{2-3} = \frac{0{,}02 \cdot 6{,}2 \cdot 12^2}{19{,}6 \cdot 0{,}12} = 7{,}6 \text{ m.c.a.}$$

Applicando il teorema di Bernoulli al tratto 2-3, si ha:

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{u_3^2}{2 \cdot g} + \Sigma y_{2-3} - \frac{u_2^2}{2 \cdot g}$$

$$Re_{1-2} = 720000$$

Dal valore di *Re* trovato, al solito modo si ricavano:

$$\frac{\varepsilon}{d_2} = 0{,}00045 \qquad f_{1-2} = 0{,}017$$

Perciò:

$$\Sigma y_{1-2} = 0{,}778 \text{ m.c.a.}$$

Applicando il teorema di Bernoulli al tratto 1-2 (tenendo conto, in questo caso, anche del dislivello), si ha:

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + h_1 - h_2 - \frac{u_2^2}{2 \cdot g} - \Sigma y_{1-2}$$

ro:

$$\frac{P_2}{\gamma} = 10 + 7{,}35 + 7{,}6 - 0{,}46 =$$
$$= 24{,}5 \text{ m.c.a.}$$

ovvero:

$$\frac{P_2}{\gamma} = 10 + 15 - 1{,}2 - 0{,}46 - 0{,}778 =$$
$$= 22{,}56 \text{ m.c.a.}$$

Poiché i due valori di P_2/γ calcolati non coincidono ed, inoltre, il valore trovato icando il teorema di Bernoulli al tratto 1-2 è minore di quello relativo al tratto 2-3, nclude che la velocità assunta (u_3=12 m/s) è troppo alta.

o tentativo

Poniamo u_3=11,5 m/s, sarà u_2=2,87 m/s. Con questi valori di velocità si calcolano *Re* relativi ai due tratti di tubazione:

$$Re_{2-3} = 1380000$$

Dal valore di *Re* trovato, al solito o si ricavano:

$$\frac{\varepsilon}{d_3} = 0{,}0012 \qquad f_{2-3} = 0{,}02$$

Perciò:

$$\Sigma y_{2-3} = 5{,}92 \text{ m.c.a.}$$

Applicando il teorema di Bernoulli al o 2-3, si ha:

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{u_3^2}{2 \cdot g} + \Sigma y_{2-3} - \frac{u_2^2}{2 \cdot g}$$

ro:

$$\frac{P_2}{\gamma} = 10 + 6{,}75 + 5{,}92 - 0{,}42 =$$
$$= 22{,}25 \text{ m.c.a.}$$

$$Re_{1-2} = 690000$$

Dal valore di *Re* trovato, al solito modo si ricavano:

$$\frac{\varepsilon}{d_2} = 0{,}00045 \qquad f_{1-2} = 0{,}017$$

Perciò:

$$\Sigma y_{1-2} = 0{,}714 \text{ m.c.a.}$$

Applicando il teorema di Bernoulli al tratto 1-2 (tenendo però conto che in questo caso c'è dislivello), si ha:

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + h_1 - h_2 - \frac{u_2^2}{2 \cdot g} - \Sigma y_{1-2}$$

ovvero:

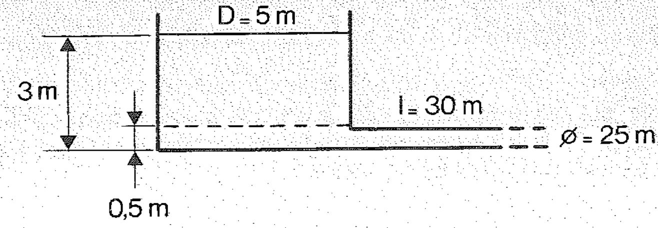
$$\frac{P_2}{\gamma} = 10 + 15 - 1{,}2 - 0{,}42 - 0{,}714 =$$
$$= 22{,}67 \text{ m.c.a.}$$

I due valori di P_2/γ così calcolati sono in sufficiente accordo tra loro, per cui il va- u_3=11,5 m/s si può considerare corretto.

La portata d'acqua in uscita dal serbatoio è pertanto:

$$Q = u \cdot A = 11{,}5 \cdot \frac{\pi \cdot d_3^2}{4} = 11{,}5 \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-2} = 0{,}13 \text{ m}^3\text{/s} = 130 \text{ l/s}$$

Esercizio n° 11 – *Calcolare il tempo necessario perchè il livello dell'acqua contenuta in un serbatoio cilindrico del diametro di 5 m passi da 3 a 0,5 m al di sopra del fondo. Il tubo di scarico collegato al fondo è di acciaio comune, è lungo 30 m ed ha il diametro di 25 cm. Sono noti* $\eta_{H_2O} = 10^{-2}$ *P e* $\varrho_{H_2O} = 1$ *g/cm³.*



Si considera come sezione 1 quella del pelo libero del liquido nel serbatoio e come sezione 2 quella terminale del tubo. Applicando la formula di Bernoulli, si ha:

$$\frac{P_1}{\gamma} + h_1 + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} + \Sigma y \qquad (11_8)$$

dove $P_1 = P_2$ è la pressione atmosferica, u_1 è trascurabile rispetto ad u_2 (data la grande differenza dei diametri) ed $h_2 = 0$ è la quota di riferimento.

Il primo e quarto termine della (11_8) sono uguali, il terzo ed il quinto sono praticamente nulli. Pertanto la (11_8) può assumere la forma:

$$h - \frac{u^2}{2 \cdot g} = \Sigma y = \frac{f \cdot l \cdot u^2}{2 \cdot g \cdot d} \qquad (12_8)$$

donde:

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h \cdot d}{f \cdot l + d}}$$

Poichè *h* varia nel tempo, è necessario riferirsi ad un tempo infinitesimo *dt* durante il quale il livello varia di *—dh* (il segno negativo sta ad indicare che il livello diminuisce nel tempo). Nel tempo *dt* la quantità d'acqua (in m³) che fuoriesce dal serbatoio è data dal prodotto della sezione del serbatoio per la variazione di livello:

$$\frac{\textit{volume acqua}}{dt} = \frac{\pi \cdot D^2}{4}(-dh) = -19{,}6 \cdot dh$$

Il volume d'acqua scaricato dal tubo nel tempo *dt* è lo stesso del volume d'acqua che fuoriesce dal serbatoio nello stesso tempo; ossia:

$$\frac{u \cdot \pi \cdot d^2}{4} \cdot dt = -19{,}6 \cdot dh$$

donde:

$$dt = \frac{-19{,}6 \cdot dh}{\sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h \cdot d}{f \cdot l + d}} \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}25^2}{4}} = \frac{-19{,}6 \cdot dh}{\frac{2{,}57\sqrt{h}}{\sqrt{f \cdot l + d}} \; 0{,}049} = -155{,}5 \cdot dh \cdot \frac{\sqrt{f \cdot l + d}}{\sqrt{h}}$$

Integrando tra il tempo $t=0$ (cui corrisponde $h=3$) e $t=t$ (cui corrisponde $h=0{,}5$), a:

$$\int_0^t dt = -155{,}5\sqrt{f\cdot l+d}\int_3^{0,5}\frac{dh}{\sqrt{h}}$$

$$t = -155{,}5\sqrt{f\cdot l+d}\cdot 2\cdot\left[\sqrt{h}\right]_3^{0,5} = 318\ \sqrt{f\cdot l+d}\ \ \text{s} \qquad (13_8)$$

Ammettendo ora che il termine $u_2^2/2\cdot g$ sia trascurabile rispetto a Σy, cioè suppo-do che l'energia cinetica residua del liquido sia trascurabile rispetto alle perdite di co, la (12_8) generalizzata assume la forma:

$$h=\frac{f\cdot l\cdot u^2}{2\cdot g\cdot d}$$

rciò:

$$u=\sqrt{\frac{2\cdot g\cdot h\cdot d}{f\cdot l}}$$

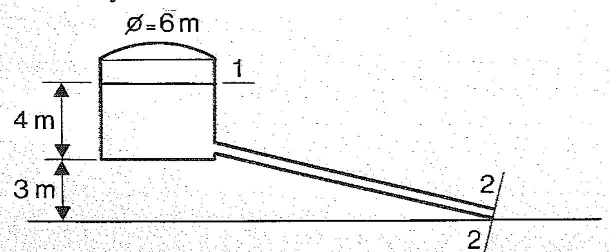
Per tubo di acciaio comune, $\varepsilon/d=0{,}00019$ ed f varia da 0,0135 a 0,04.

Assumendo $f=0{,}015$ e calcolando con esso u, per $h=3$ m si ottiene $u=5{,}7$ m/s. In ispondenza a questa velocità si ha $Re=1425000$, cui corrisponde $f\simeq 0{,}015$. Ciò fa cludere, coincidendo f assunto con f calcolato, che la velocità di 5,7 m/s è proprio lla con cui il fluido inizialmente (cioè quando $h=3$ m) scorre nel tubo. Assumendo $f=0{,}0155$ e calcolando con esso u, per $h=0{,}5$ m si ottiene $u=2{,}3$ m/s. Al numero di nold comportato da questa velocità corrisponde $f=0{,}0155$, ciò che conferma il va- assunto. Si conclude che la velocità finale è di 2,3 m/s.

Prendendo ora il valore di f intermedio ai due calcolati (cioè $f_{\text{medio}}=0{,}0152$), il tempo essario all'acqua per portarsi nel serbatoio dal livello superiore a quello inferiore, per 13_8), è:

$$t=318\sqrt{f\cdot l+d}=318\sqrt{0{,}0152\cdot 30+0{,}25}=318\cdot 0{,}87=277\ \text{s}=6'\,47''$$

Esercizio n° 12 – *Un serbatoio cilindrico di diametro 6 m, scarica l'acqua attraverso tubo come da schema, lungo 100 m e avente diametro interno di 25 cm. Il livello iniziale serbatoio è 4 m e la pressione è 2 ata. Calcolare il tempo necessario perché il livello nel atoio scenda a 45 cm dal fondo.*



Si parte dall'equazione di Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\gamma}+h_1+\frac{u_1^2}{2\cdot g}=\frac{P_2}{\gamma}+h_2+\frac{u_2^2}{2\cdot g}+\Sigma y$$

Poiché il diametro del serbatoio è notevolmente maggiore di quello del tubo, si può porre $u_1=0$, per cui (essendo anche $h_2=0$) si ha:

$$\frac{P_1-P_2}{\gamma}+h-\frac{u_2^2}{2\cdot g}=\Sigma y=\frac{f\cdot l\cdot u^2}{2\cdot g\cdot d}$$

Sostituendo i valori numerici immediatamente disponibili si trova:

$$10\ (^5)+h-\frac{u_2^2}{2\cdot g}=\frac{f\cdot l\cdot u_2^2}{2\cdot g\cdot d}$$

donde:

$$u_2=\sqrt{\frac{2\cdot g\cdot d\cdot(h+10)}{f\cdot l+d}} \qquad (14_8)$$

Pertanto:

$$\frac{\textit{volume di acqua uscita}}{dt}=\frac{\pi\cdot D^2}{4}\cdot(-dh)=\frac{3{,}14\cdot 6^2}{4}\cdot(-dh)=-28{,}2\cdot dh\ \text{m}^3$$

Il volume d'acqua scaricato dal tubo nel tempo dt è lo stesso del volume d'acqua che nello stesso tempo fuoriesce dal serbatoio; ossia:

$$\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot u_2\cdot dt=-28{,}2\cdot dh$$

da cui:

$$dt=\frac{-28{,}2\cdot dh}{\dfrac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot\sqrt{\dfrac{2\cdot g\cdot d\cdot(10+h)}{f\cdot l+d}}}=\frac{-28{,}2\cdot dh}{0{,}049\cdot\sqrt{49+4{,}9\cdot h}}\cdot\sqrt{f\cdot l+d}=$$

$$=-575\cdot\sqrt{f\cdot l+d}\cdot\frac{dh}{\sqrt{49+4{,}9\cdot h}}$$

Integrando tra $t=0$ e $t=t$ e tra $h=7$ e $h=3{,}45$, si ha:

$$\int_0^t dt=-575\cdot\sqrt{f\cdot l+d}\int_7^{3,45}\frac{dh}{\sqrt{49+4{,}9\cdot h}}$$

$$=-575\cdot\sqrt{f\cdot l+d}\cdot\frac{2}{4{,}9}\cdot\left[\sqrt{49+4{,}9\cdot h}\right]_7^{3,45}$$

donde:

$$t=-575\cdot\sqrt{f\cdot l+d}\cdot\frac{2}{4{,}9}\cdot[4{,}1-9{,}27]=1210\cdot\sqrt{f\cdot l+d}\ \ \text{s}$$

(5) $P_1-P_2/\gamma=10$ m.c.a., poiché: 1 atm=10 m.c.a. e quindi 20—10=10 m.c.a.

Per tubo di acciaio con diametro di 25 cm, si trova:

$$\frac{\varepsilon}{d} = 0{,}00019$$

Assumendo $f_{\text{iniziale}}=0{,}0145$, dalla (14₈) si ricava:

$$u_2 = 7 \text{ m/s}$$

er cui:

$$Re = 1750000$$

l quale corrisponde $f=0{,}0145$, coincidente con il valore assunto.

Ponendo poi $f_{\text{finale}}=0{,}0147$, si ha:

$$u_2 = 6{,}17 \text{ m/s}$$

er cui:

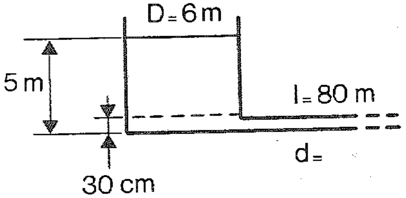
$$Re = 1540000$$

l quale corrisponde $f \simeq 0{,}0147$, coincidente con il valore assunto.

Il valore medio di f durante l'operazione di scarico dell'acqua è quindi 0,0146. Perciò il tempo necessario per effettuare lo scarico risulta:

$$t = 1210 \cdot \sqrt{0{,}0146 \cdot 100 + 0{,}25} = 1210 \cdot 1{,}31 = 1580 \text{ s}$$

Esercizio n° 13 – *Si vuole scaricare un serbatoio contenente un liquido ($\varrho=0{,}8$, $\eta=1{,}2$ cP) nel tempo di 6 min. Sapendo che l'altezza iniziale del liquido nel serbatoio è di 5 m, che quella finale è di 30 cm, che il diametro del serbatoio è di 6 m e che la lunghezza del tubo di scarico è di 80 m, calcolare il diametro del tubo.*



Dalle considerazioni svolte all'Esercizio n° 11 si ricava che:

$$\frac{\textit{volume di acqua uscita}}{dt} = \frac{\pi \cdot D^2}{4}(-dh) = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot u_2 \cdot dt$$

dalla quale si ottiene:

$$dt = \frac{\frac{\pi \cdot D^2}{4}(-dh)}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot u_2}$$

Dalla (14₈) si è ricavato poi:

$$u_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d \cdot (h + \Delta P)}{f \cdot l + d}}$$

per cui, sostituendo nella precedente equazione si trova:

$$dt = \frac{-\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot dh}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}\sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d \cdot (h + \Delta P)}{f \cdot l + d}}}$$

Ora, essendo nel nostro caso $\Delta P=0$, integrando tra $t=0$ e $t=t$ cui corrispondono rispettivamente $h=5$ m e $h=0{,}3$ m, si ottiene:

$$t \text{ (in s)} = \frac{-\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot 2 \cdot [\sqrt{h}]_5^{0,3}}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d}{f \cdot l + d}}}$$

Sostituendo i valori numerici (6 min=360 s):

$$360 = \frac{-36 \cdot 2 \cdot (\sqrt{0{,}3} - \sqrt{5})}{d^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot d}{f \cdot l + d}}}$$

ovvero:

$$\frac{-360}{36 \cdot 2 \cdot (0{,}548 - 2{,}24)} = \frac{1}{d^2} \cdot \sqrt{\frac{f \cdot l + d}{2 \cdot g \cdot d}}$$

da cui:

$$2{,}95 = \frac{\sqrt{f \cdot l + d}}{d^2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot d}} \tag{15₈}$$

Da questo punto si procede per tentativi. Anzitutto, per avere l'ordine di grandezza del diametro con il quale fare il primo tentativo, si usa l'equazione di Torricelli inserendo un valore medio di altezza:

$$u = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{5 + 0{,}3}{2}} = 6{,}78 \text{ m/s}$$

Il volume d'acqua da scaricare in 6 min è:

$$\frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot (5 - 0{,}3) = 132{,}5 \text{ m}^3$$

r cui:

$$\frac{132,5}{6 \cdot 60} = 0,368 \text{ m}^3/\text{s} = 368 \text{ l/s} = \text{acqua da scaricare in 1 s}$$

Dall'equazione $Q = u \cdot A$, si ricava:

$$A = \frac{Q}{u} = \frac{0,368}{6,78} = 0,0542 \text{ m}^2 = 542 \text{ cm}^2$$

ui corrisponde il diametro di 26,5 cm.

rimo tentativo

Poniamo $d = 30$ cm [6]. Pertanto la velocità risulterà:

$$u = \frac{368 \cdot 10^3}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{368 \cdot 10^3}{708} = 5,2 \text{ m/s}$$

d il numero di Reynold avrà valore:

$$Re = \frac{\varrho \cdot u \cdot d}{\eta} = \frac{0,8 \cdot 520 \cdot 30}{1,2 \cdot 10^{-2}} = 1040000$$

londe:

$$f = 0,015$$

Il valore del secondo membro della (15_8) sarà dunque:

$$\frac{\sqrt{f \cdot l + d}}{0,3^2 \cdot \sqrt{19,6 \cdot 0,3}} = \frac{0,496}{0,09} = 5,51 \text{ s}$$

Non avendosi coincidenza di valori, si conclude che il diametro di 30 cm è troppo piccolo.

Secondo tentativo

Poniamo $d = 40$ cm. Pertanto la velocità risulterà:

$$u = 2,92 \text{ cm/s}$$

ed il numero di Reynold avrà valore:

$$Re = 910000$$

[6] Si è preso un valore di d maggiore di quello precedentemente calcolato poiché, per le ... di quello trovato con l'equazione di Torricelli.

donde:

$$f = 0,015$$

Il valore del secondo membro della (15_8) sarà dunque:

$$\frac{\sqrt{f \cdot l + d}}{0,4^2 \cdot \sqrt{19,6 \cdot 0,4}} = 2,69 \text{ s}$$

Siccome il valore trovato è minore di 2,95, si deduce che $d = 40$ cm è troppo grande.

Terzo tentativo

Poniamo $d = 38,5$ cm. Pertanto la velocità risulterà:

$$u = 3,18 \text{ m/s}$$

ed il numero di Reynold avrà valore:

$$Re = 815000$$

donde:

$$f = 0,015$$

Il valore del secondo membro della (15_8) sarà dunque:

$$\frac{\sqrt{f \cdot l + d}}{0,385^2 \cdot \sqrt{19,6 \cdot 0,385}} = 3,09 \text{ s}$$

per cui $d = 38,5$ cm è ancora piccolo.

Quarto tentativo

Poniamo $d = 39$ cm. Pertanto la velocità risulterà:

$$u = 3,07 \text{ m/s}$$

ed il numero di Reynold avrà valore:

$$Re = 800000$$

donde:

$$f \simeq 0,015$$

Il valore del secondo membro della (15_8) sarà dunque:

$$\frac{\sqrt{f \cdot l + d}}{0,39^2 \cdot \sqrt{19,6 \cdot 0,39}} = 2,98 \text{ s}$$

per cui, essendo $2,98 \simeq 2,95$, si deduce che $d = 39$ cm è ammissibile.